УДК 519.6; 159.9.01(075)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИИ ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ НА ГИПЕРГРАФАХ

Омельченко Г.Г., Салпагаров С.И.

В настоящей статье представлена многокритериальная математическая модель организации личностно-ориентированного обучения учащихся. Построена экстремальная модель на языке теории гиперграфов.

Цели и задачи современного образования, положенные в основу концепции личностно-ориентированного обучения школьников, направлены на разрешение противоречий между базой знаний, умений и навыков, которые закладывает традиционная школа, и постоянно меняющимися требованиями, предъявляемыми к личности современными общественно-экономическими отношениями. Возникающие противоречия между уникальностью каждой личности и авторитарной методикой обучения с её набором педагогических штампов усиливают направленность школьного образования на его гуманизацию, на формирование личности ученика как наивысшей ценности. Изменения в целевых установках общеобразовательной школы, ориентация на создание оптимальных условий для развития творческого потенциала ребёнка с учётом его индивидуальных особенностей определили тему данной работы.

На пути реализации личностно-ориентированного обучения администрацией школы и педагогическим коллективом решается множество задач. Одной из них является задача оптимального назначения учителей-предметников в классы. Решение этой задачи особенно важно при переходе параллели классов из начальной в общеобразовательную школу.

В конце учебного года учителем и школьным психологом с помощью анкетирования, тестов и итоговых оценок проводится диагностика обучаемости, обученности, а также способности учащихся самостоятельно учиться, которая выражается показателем эффективности самостоятельной умственной деятельности. Полученные при этом результаты каждой диагностики классов заносятся в таблицу, что позволит учителю в дальнейшем наиболее целесообразно спланировать свою работу с классом по формированию необходимых знаний, умений и навыков по предмету, включая самоконтроль и самоуправление развитием. Более того, совокупность всех результатов диагностики позволяет ставить вопрос о наиболее целесообразном распределении учителей по классам рассматриваемой параллели с учетом их профессионального мастерства.

Исходными данными для построения математической модели организации личностно-ориентированного обучения в школе являются:

$U=\{u\}$ – *множество учителей*, назначаемых в классы данной параллели.

$T=\{t\}$ – *множество* современных педагогических *технологий обучения* [1]. Например, технология модульного обучения, интегральная технология, технология обучения с применением глобальных информационных сетей, технология уровневой дифференциации и методики диагностического целеполагания.

$K=\{k\}$ – *множество классов* данной параллели. Классы на основании результатов проведённых тестов отнесены к одному из уровней $q\in Q$ сформированности учебно-организационных умений. Множество этих уровней $Q=\{q\}$ определяется следующим образом: $q=0$ – у учащихся отсутствует мотивация учебной деятельности; $q=1$ – учащиеся работают на репродуктивном уровне; $q=2$ – учащиеся работают на конструктивном уровне; $q=3$ – учащиеся работают на творческом уровне.

Сформулируем следующую задачу. В каждый класс $k\in K$ требуется назначить одного из учителей $u\in U$, рекомендуя ему использовать в процессе обучения одну из технологий $t\in T$ с учетом психолого-педагогических характеристик этого класса. Результатом такого назначения должно стать повышение уровня мотивации учебной деятельности, эффективности обучения в школе, повышение уровня обученности и самостоятельной умственной деятельности учащихся.

В математической постановке задачи используются следующие понятия и обозначения теории гиперграфов [2]: $G=(V,E)$ – гиперграф с множеством вершин $V=\{v\}$ и множеством рёбер $E=\{e\}$; рёбра $e\in E$ представляют собой подмножества множества V, т.е. $e\subseteq V$. Если каждое ребро $e\in E$ гиперграфа

G состоит из l вершин, то гиперграф G называют l-*однородным*. При $l=3$ этот гиперграф G является *3-однородным*; 3-однородный гиперграф G называется *3-дольным*, если множество вершин V разбито на три подмножества V_s, $s=\overline{1,3}$ так, что в каждом ребре $e=(v_1,v_2,v_3)\in E$ его вершины принадлежат различным долям, т.е. $v_s \in V_s$, $s=\overline{1,3}$. В этом случае гиперграф G будем обозначать через $G=(V_1,V_2,V_3,E)$.

В гиперграфе $G=(V_1,V_2,V_3,E)$ *звездой* называется такая его часть $z=(V_1^Z,V_2^Z,V_3^Z,E_Z)$, $V_S^Z \subseteq V_S$, $s=\overline{1,3}$, в которой любые ребра $e',e''\in E_Z$ пересекаются в одной и той же вершине $v\in V_1^Z$, называемой *центром звезды*, т.е. мощность $\left|V_1^Z\right|=1$, и не пересекаются ни в какой вершине $v\in V_3^Z$. Звезда называется *простой*, если всякая пара ребер $e',e''\in E_Z$ пересекается только в одной вершине $v\in V_1^Z$. *Степенью звезды* называют число рёбер в ней.

В рассматриваемой задаче для данного гиперграфа $G=(V_1,V_2,V_3,E)$ выполняются следующие условия:

1) в каждом ребре $e=(v_1,v_2,v_3)\in E$ выделена пара вершин v_1,v_3, называемых концевыми для этого ребра;

2) вершины $v\in V_2$ являются внутренними вершинами, и множество V_2 состоит из непустых попарно непересекающихся множеств $V_2(v_3)$, $v_3\in V_3$, причем каждый элемент $v\in V_2(v_3)$ однозначно соответствует некоторой технологии $t\in T$;

3) концевые вершины $v_3\in V_3^Z$ являются висячими вершинами;

4) для каждой вершины v из V_1 указано число $m(v)$ такое, что принадлежащая допустимому покрытию звезда с центром в вершине v имеет степень $m(v)$ и при этом выполняется равенство $\left|V_3\right| = \sum\limits_{v\in V_1} m(v)$.

Если в подгиперграфе $G'=(V',E')$ гиперграфа $G=(V,E)$ каждая компонента связности [2] является звездой с центром в некоторой вершине $v\in V_1$, то G' называем *покрытием гиперграфа звездами*.

Математическая модель рассматриваемой в настоящей работе задачи базируется на 3-дольном 3-однородном гиперграфе $G=(V,E)=(V_1,V_2,V_3,E)$, который строится следующим образом. Вершины первой доли, т.е. $v\in V_1$, взаимно однозначно соответствуют элементам множества учителей U. Каждой вершине $v\in V_1$, соответствующей учителю $u\in U$, приписано число $m(v)$, определяемое нагрузкой учителя, а именно количеством классов рассматриваемой параллели, в которых данный учитель будет работать. Каждая вершина второй доли $v\in V_2$ однозначно соответствует некоторому элементу из множества технологий обучения T. Вершины третьей доли $v\in V_3$ взаимно однозначно соответствуют элементам множества классов K. Для построения множества рёбер $E=\{e\}$ рассматриваем всевозможные тройки вершин (v_1,v_2,v_3) такие, что $v_1\in V_1$, $v_2\in V_2$, $v_3\in V_3$. Всякую такую тройку называем допустимой, если учитель v_1 может вести занятия в классе v_3, используя технологию обучения v_2. Множество всех рёбер $E=\{e\}$ определяется как множество всех допустимых троек $e=(v_1,v_2,v_3)$, $v_i\in V_i$, $i=\overline{1,3}$.

Для определенных параметров $m(v)$, $v\in V_1$ в гиперграфе $G=(V,E)=(V_1,V_2,V_3,E)$ *допустимым решением* рассматриваемой задачи является всякий такой его подгиперграф $x=(V_x,E_x)$, $V_x\subseteq V$, $E_x\subseteq E$, в котором каждая компонента связности представляет собой простую звезду степени $m(v)$ с центром $v\in V_1$. Через $X=X(G)=\{x\}$ обозначим *множество* всех *допустимых решений* (МДР) задачи покрытия гиперграфа G звездами.

Каждому ребру $e\in E$ гиперграфа $G=(V,E)$ приписаны три веса $w_n(e)$, $n=\overline{1,3}$, которые означают следующее:

$w_1(e) = f_1(v_1, v_2, v_3)$ – ожидаемое изменение коэффициента мотивации учебно-познавательной деятельности учащихся класса (в %) в случае, когда учитель, представленный вершиной v_1, назначен в класс, представленный вершиной v_3 с использованием технологии обучения, представленной вершиной v_2; $w_2(e) = f_2(v_1, v_2, v_3)$ – ожидаемое изменение (в том же случае) коэффициента обученности учащихся класса (в %); $w_3(e) = f_3(v_1, v_2, v_3)$ – ожидаемое изменение показателя эффективности активной самостоятельной умственной деятельности учащихся (в %) в этом же случае.

Качество допустимых решений этой задачи $x \in X$ оценивается с помощью *векторной целевой функции* (ВЦФ)

$$F(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x)), \qquad (1)$$

где $F_1(x)$ – критерий вида $MAXMIN$, $F_1(x) = \min w_1(e) \to \max$, что означает ожидаемый уровень мотивации учебно-познавательной деятельности учащихся класса параллели, находящихся на самом низком уровне сформированности учебно-организационных умений; $F_2(x)$ и $F_3(x)$ – критерии вида $MAXSUM$

$$F_\nu(x) = \sum_{e \in E_x} w_\nu(e) \to \max, \quad \nu = 2,3,$$

где критерий $F_2(x)$ означает суммарное изменение ожидаемого уровня обученности учащихся всей параллели классов по предмету, а критерий $F_3(x)$ – суммарное изменение ожидаемого уровня активной самостоятельной умственной деятельности учащихся всех классов параллели.

ВЦФ вида (1) определяет в МДР X паретовское множество (ПМ) $\tilde{X}$, состоящее из паретовских оптимумов (ПО) $\tilde{x}$ [3]. В случае, если одинаковые по значению ВЦФ решения $x', x'' \in X$ считаются эквивалентными (неразличимыми), то из ПМ $\tilde{X}$ выделяется полное множество альтернатив (ПМА) X^0. ПМА X^0 представляет собой максимальную систему векторно-несравнимых ПО из $\tilde{X}$, $X^0 \subseteq \tilde{X}$.

Наиболее целесообразное решение выбирается из ПМА с помощью процедур теории выбора и принятия решений [4].

Литература

1. Беспалько В.П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения. 1995. М.: Педагогика. 98 с.
2. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. 1990. М.: Наука. 384 с.
3. Емеличев В.А., Перепелица В.А.//Дискретная математика. 1994. Т. 6. вып.1. С. 3.
4. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решения. 1979. М.: Наука. 200 с.

Mathematical model of organization of personal-guided train-ing pupil on hypergraphs

Omel’chenko G.G., Salpagarov S.I.

The paper is dedicated to multi-criteria mathematical model of personally orientated organization of students' education. The extreme model has been built in language of the hypergraph theory.