УДК 330.45:519.85

ПРОБЛЕМА ОПТИМАЛЬНОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ НА СЕГМЕНТИРОВАННОМ РЫНКЕ КАК ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Копылов А.В., Просвиров А.Э.
Волгоградский филиал Российского торгово-экономического университета, Волгоград

Рассмотрена проблема оптимального ценообразования на нескольких сегментах рынка однородного товара. Построена экономико-математическая модель задачи с применением аппарата нелинейного математического программирования. Анализ модели проведен аналитическими и численными методами. Дана экономическая интерпретация полученных результатов.

Сегментация рынков сбыта широко используется в предпринимательской деятельности, причем сегменты могут выделяться по самым разнообразным принципам — географическому, демографическому и др. [1], [3].

В любом случае суть сегментации состоит в устойчивом разделении покупателей по какому-либо признаку на две или несколько групп и установлении для каждой из них своих цен. При этом весьма актуальной представляется задача оптимального ценообразования на каждом сегменте, а также определения их долей в общем объеме рынка сбыта, обеспечивающих торговой организации максимальную прибыль.

Математическому описанию этого процесса посвящен ряд работ. В частности, в [2] получено следующее соотношение для оптимальных цен на двух сегментах рынка:

$$\left.\frac{p_1}{p_2}\right|_{опт}=\frac{\dfrac{E_1}{1-E_1}}{\dfrac{E_2}{1-E_2}}=\frac{E_1(1-E_2)}{E_2(1-E_1)}=\frac{1-\dfrac{1}{E_2}}{1-\dfrac{1}{E_1}} \quad (1)$$

При этом авторы данной работы исходили из принципа равенства предельных доходов продавца на каждом сегменте и в качестве основной количественной характеристики данного сегмента, принципиально отличающей его от других, выбрана *эластичность спроса по цене*, ведь именно этот показатель наиболее полно описывает совокупные свойства того или иного сегмента рынка конечных потребителей.

В предлагаемой работе рассматривается моделирование процесса сегментации рынка сбыта с точки зрения математического программирования. Такой подход представляется авторам весьма перспективным, позволяющим решать разнообразные экономико-математические задачи в самой общей постановке, исходя «из первых принципов», с использованием средств вычислительной техники.

Задача решалась в следующей формулировке.

Торговое предприятие занимается реализацией однородного товара. Общий объем реализации равен Q. Объемы продаж по сегментам равны Q_1, Q_2,… Q_n соответственно. Тогда $x_1=\dfrac{Q_1}{Q}$, $x_2=\dfrac{Q_2}{Q}$, … $x_n=\dfrac{Q_n}{Q}$ - доли сегментов в общем объеме рынка. Розничные цены по каждому сегменту рынка обозначены через p_1, p_2 ,…p_n.

В качестве аналитической зависимости объема продаж на данном сегменте от цены используется *функция постоянной эластичности*

$$Q_i(p_i)=\frac{A_{1i}}{p_i^{E_i}} \quad (2)$$

где E_i—эластичность спроса по цене на i-ом сегменте.

Выбор зависимости (1) обусловлен следующими причинами.

Во-первых, это простой и одновременно самый общий вид зависимости спроса от цены товара, дающий хорошее приближение для практических расчетов.

Во-вторых, коэффициенты уравнения (2) имеют прозрачный экономический смысл: E_i показывает, на сколько процентов уменьшается спрос на i-ом сегменте при повышении цены реализуемого товара на 1%; параметр A_i может быть истолкован как объем продаж на i-ом сегменте при единичной цене.

В-третьих, параметры функции (1) могут быть легко определены на основе фактической информации с использованием аппарата корреляционно-регрессионного анализа, в частности, метода наименьших квадратов.

Кроме того, определение ценовой эластичности спроса, т.е. его чувствительности к изменению рыночной цены, является, по мнению авторов, одной из основных целей всего комплекса маркетинговых исследований.

Целью задачи является определение оптимальных цен на каждом сегменте рынка, обеспечивающих максимальный общий доход продавца *R*. В результате приходим к следующей задаче нелинейного программирования:

$$R = \sum_{i=1}^{n} p_i Q_i \to \max$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \geq x_{i\min} \\ x_i \leq x_{i\max} \\ p_i \geq p_{i\min} \\ p_i \leq p_{i\max} \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь $x_{i\min}$, $x_{i\max}$ -минимальная и максимальная доли *i*-го сегмента в общем объеме рынка; $p_{i\min}$, $p_{i\max}$ -минимально возможная и максимально возможная цены для *i*-го сегмента рынка. Эти параметры несколько субъективны, однако, по мнению авторов, позволяют более гибко учитывать рыночную конъюнктуру.

Оптимизационная задача (3) решалась численно с помощью надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel 97 по встроенному алгоритму нелинейной оптимизации Generalized Reduced Gradient (GRG2), разработанному *Леоном Ласдоном* (Leon Lasdon, University of Texas at Austin) и *Аланом Уореном* (Allan Waren, Cleveland State University).

Некоторые результаты численных расчетов приведены на рис. 1-3. Для удобства графического представления и анализа полученных результатов авторы ограничились случаем двух сегментов.

При построении графиков использовались следующие условные значения параметров модели: $A_1=A_2=5000$ р., $x_{1min}=x_{2min}=0\%$, $x_{1max}=x_{2max}=100\%$, $p_{1min}= p_{2min}=0,01$ р., $p_{1max}= p_{2max}=3,00$ р. На всех графиках $E_1=2$, значение E_2 отложено по горизонтальной оси.

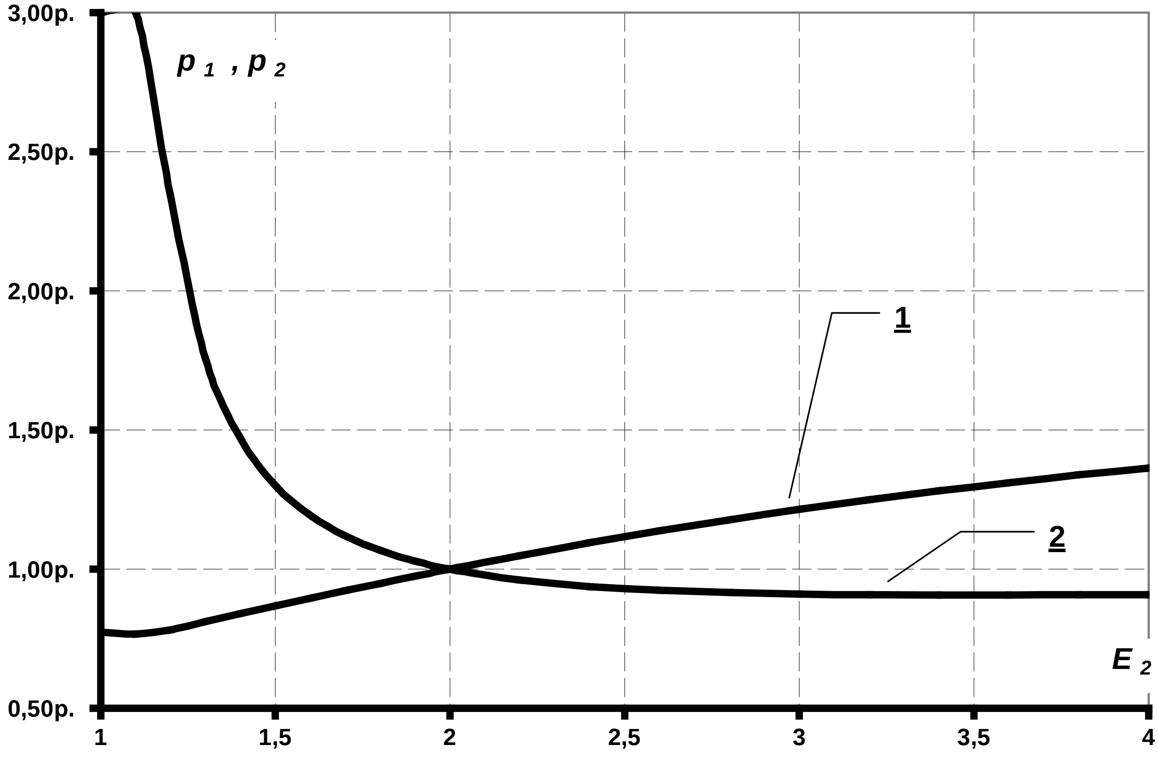

Рисунок 1. Зависимость оптимальных цен по отдельным сегментам от E_2. при $E_1=2$. **1**-p_1 , **2**-p_2

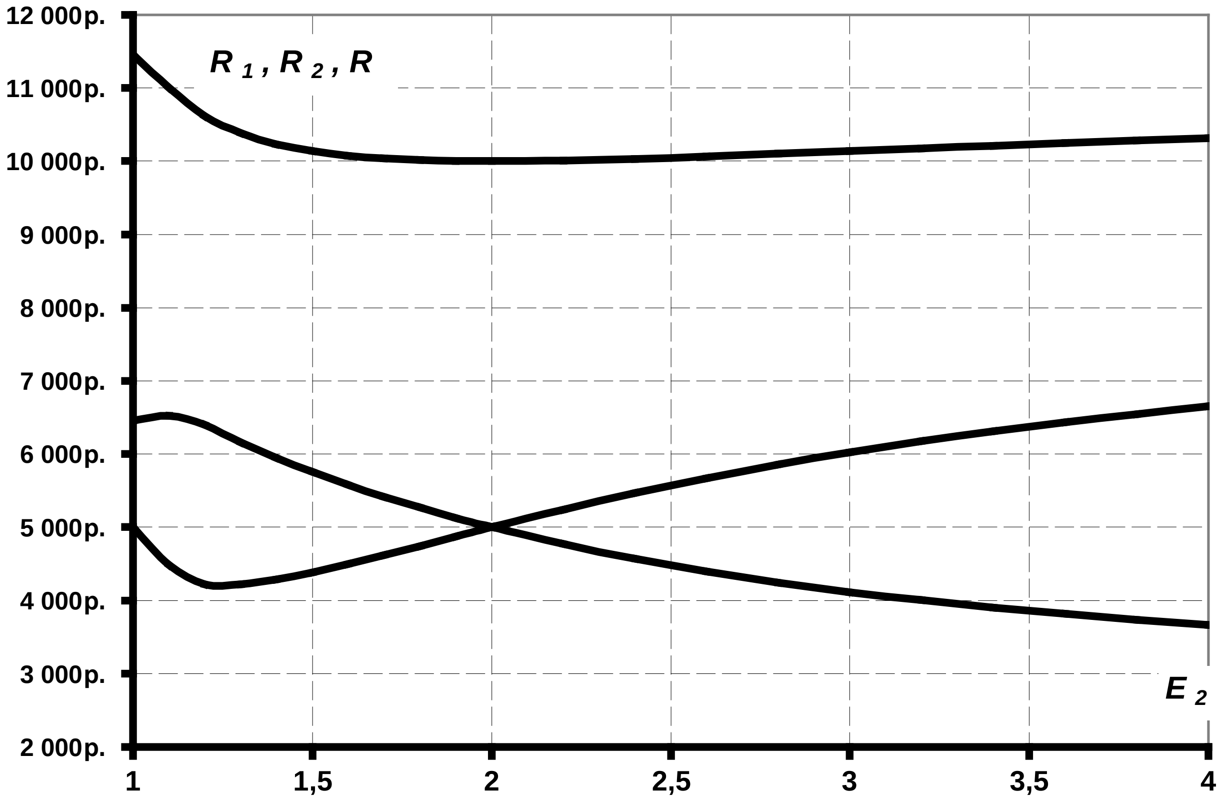

Рисунок 2. Зависимость доходов по сегментам R_1 , R_2, а также общего дохода R от от E_2. при E_1=2.
<u>**1**</u>- R_1, <u>**2**</u>- R_2, <u>**3**</u>- R

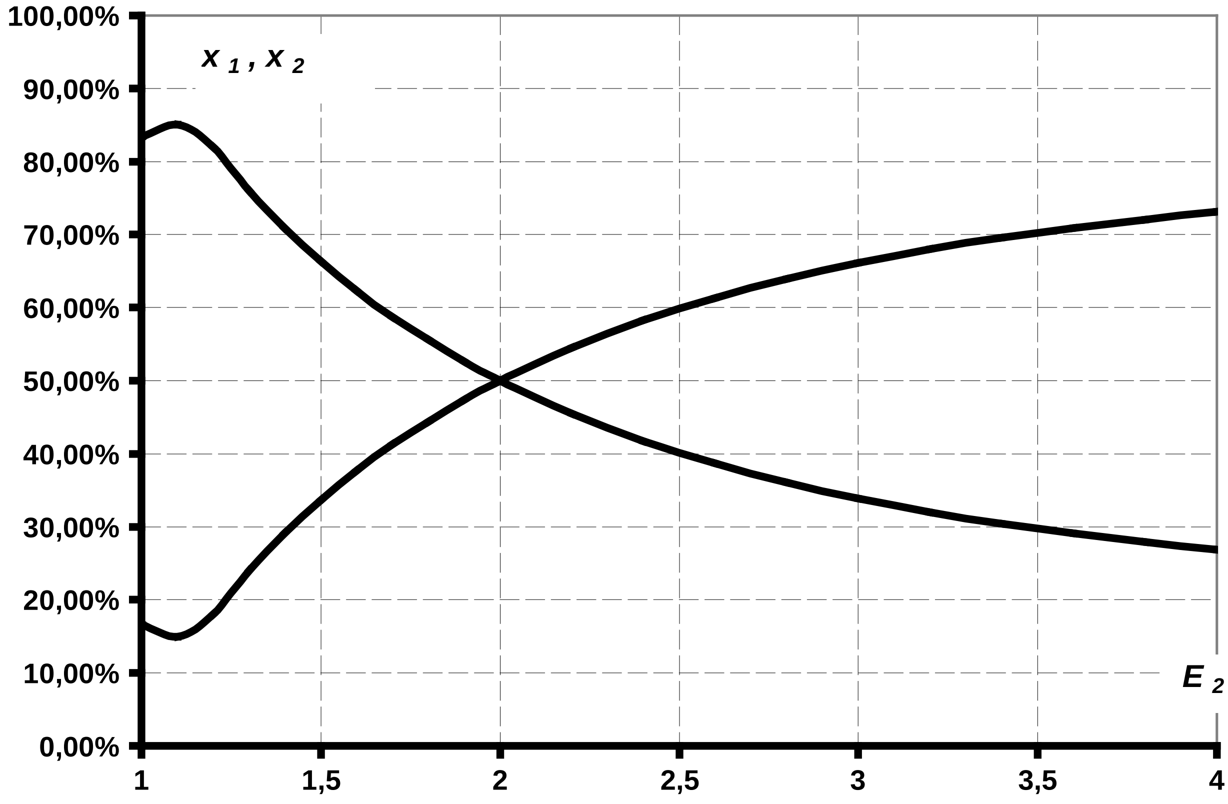

Рисунок 3. Зависимость долей сегментов в общем объеме рынка от E_2 при E_1=2. <u>**1**</u>-x_1 , <u>**2**</u>-x_2

Для случая двух сегментов авторами получено также аналитическое описание поставленной задачи. С учетом (2) задача сводится к нахождению максимума функции дохода

$$R(p_1, p_2) = p_1 Q_1 + p_2 Q_2 = p_1 \frac{A_1}{p_1^{E_1}} + p_2 \frac{A_2}{p_2^{E_2}} = A_1 p_1^{1-E_1} + A_2 p_2^{1-E_2} \quad (4)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} Q_1 + Q_2 = \dfrac{A_1}{p_1^{E_1}} + \dfrac{A_2}{p_2^{E_2}} = Q \\ p_1 \ge 0 \\ p_2 \ge 0 \end{cases} \quad (5)$$

В результате получаем задачу на нахождение условного максимума функции двух переменных (4) с дополнительными условиями (5).

Решение ее методом неопределенных множителей Лагранжа [2] приводит к искомому соотношению между ценами на сегментах, максимизирующему доход продавца:

$$\left.\frac{p_1}{p_2}\right|_{опт} = \frac{\dfrac{E_1}{1-E_1}}{\dfrac{E_2}{1-E_2}} = \frac{E_1(1-E_2)}{E_2(1-E_1)} = \frac{1-\dfrac{1}{E_2}}{1-\dfrac{1}{E_1}} \quad (6)$$

Следует отметить, что (6) полностью совпадает с (1), хотя и получено с использованием другого подхода к рассматриваемой проблеме.

Соотношения (1) и (6) имеют смысл только при выполнении условия $E_1 \ge 1,\ E_2 \ge 1$, т.е. в случае эластичного спроса на обоих сегментах. Однако этот факт нисколько не умаляет ценность полученных результатов, поскольку реальный спрос на подавляющее большинство товаров при равновесной цене эластичен, так как в противном случае происходил бы неограниченный рост цены на неэластичных сегментах, что противоречит действительности.

Результаты проведенного анализа позволяют, прежде всего, сделать практически важный вывод о том, что ***сегментация рынков сбыта всегда выгодна для продавца.*** Это следует из того факта, что общий доход продавца минимален при $E_1 = E_2$, что на практике означает слияние двух сегментов рынка в один, т.е. отсутствие сегментации (рис.2).

Анализ рис.3. свидетельствует о том, что при эластичном спросе ($E_i > 1$) доля сегмента в общем объеме рынка с ростом эластичности монотонно возрастает; для неэластичных сегментов ($E_i < 1$) наблюдается обратная закономерность.

Кроме того, на менее эластичных сегментах продавец может устанавливать более высокие цены (рис.2), что вполне объяснимо с экономической точки зрения, поскольку на таких сегментах спрос более устойчив.

В целом анализ полученных результатов указывает на адекватность построенной экономико-математической модели и применимость методов математического программирования к решению широкого спектра практических задач, связанных с оптимизацией поведения предприятия в условиях рыночной экономики.

Список литературы

1. Герасименко В.В. Целевая политика фирмы. – М.: Финстат –информ, 1995

2. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник.— М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, Издательство «ДИС», 1998. — 368 с.

3. Котлер Ф. Основы маркетинга: Пер. с англ. / Общ. ред. и вступ. ст. Е.М. Пеньковой – М.: Прогресс, 1996 – 736 с.

The problem of optimum pricing in the segmented market as a task of mathematical programming

Kopilov A.V., Prosvirov A.E.

The problem of optimum pricing on several segments of the market of the homogeneous goods has been considered. The economic-mathematical model of a task with the application of the device of nonlinear mathematical programming has been constructed. The analysis of the model has been carried out by analytical and numerical methods. The economic interpretation of the received results has been given.