

ANÁLISE DE COMPONENTES NÃO LINEARES OPERANDO COM MÚLTIPLAS PORTADORAS

Moacir Maffioletti Júnior¹, Carlos Nazareth Motta Marins², Maurício Silveira³,
Wilton Ney do Amaral Pereira⁴, José Antônio Justino Ribeiro⁵

I. Introdução

Os sistemas de comunicação estão sendo cada vez mais exigidos no mundo moderno. E as operações com altas taxas de transmissão devem ser aliadas ao máximo desempenho de energia com a menor deterioração do sinal, no intuito de oferecer confiabilidades cada vez mais elevadas.

Por este motivo, as modulações estão se tornando cada dia mais sofisticadas e o processamento de múltiplas portadoras de forma simultânea nos equipamentos de transmissão e recepção, estão se tornando práticas comuns em sistemas via satélite, sistemas de comunicação móvel, sistemas digitais de TV, entre outros.

Por este motivo, este trabalho abordará a não linearidade de elementos utilizados nas diferentes funções dentro da estrutura de rádio.

Com esta ferramenta pode-se simular o comportamento do elemento sob análise, com diferentes níveis de potência e com diferentes componentes de sinais em diferentes frequências, ou seja, pode-se simular o dispositivo operando com múltiplas portadoras.

Para o ambiente acadêmico e profissional este trabalho resultará em um software que ajudará aos projetistas de amplificadores, misturadores (mixers) e outros circuitos, conhecerem o nível dos produtos de intermodulação com uma ou mais portadoras e consequentemente seus efeitos no domínio do tempo e da frequência.

II. Sistemas Lineares

Um Sistema Linear é aquele que responde a um sinal de entrada sempre com a mesma proporção em amplitude e fase, independentemente do nível com que o mesmo é aplicado à sua entrada.

Um sinal composto por múltiplas portadoras, ocupa uma banda ao longo do espectro de frequências, se este sinal for aplicado a um sistemas linear, o mesmo poderá sofrer distorções, pois sua resposta a cada uma das componentes não necessariamente deve ser igual em amplitude e ou fase.

Um filtro é um Sistema Linear que não responde da mesma forma à todas as componentes do espectro de frequências, mas sempre responderá a um determinado sinal

da mesma forma em amplitude e fase, independentemente do nível assumido pelo mesmo em sua entrada.

O Sistema Linear pode ainda ser definido como, sendo aquele que não introduz outras componentes harmônicas a partir dos sinais originais aplicados à sua entrada.

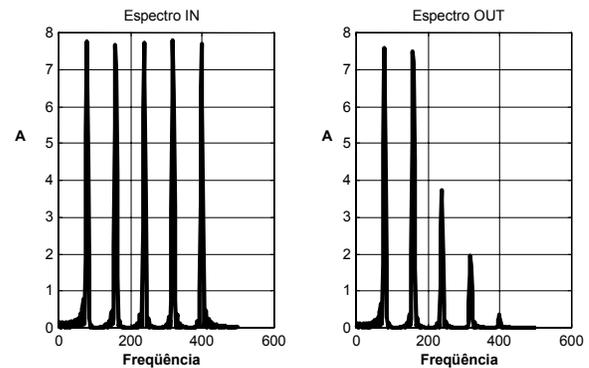


Figura 1 – Resposta de um Sistema Linear (filtro) no domínio da frequência.

Na Figura 1, tem-se o comportamento de um filtro que altera as características das componentes de um sinal sem gerar espúrios ou harmônicas.

III. Função de Transferência de um Sistema Linear

Um Sistema Linear, quando excitado por um sinal senoidal de frequência determinada, oferece na saída um sinal senoidal de mesma frequência, mas que pode ter amplitude e fase diferentes das do sinal de excitação.

Um Sistema Linear ideal é aquele que permite transmitir qualquer sinal sem imprimir-lhe deformações.

Comparando-se a saída $r(t)$ do sistema com a entrada $f(t)$, podemos admitir uma variação de escala, em amplitude,

$$r(t) = K * f(t) \quad (01)$$

onde k = constante

¹ Moacir Maffioletti Júnior, INATEL, National Institute of Telecom, Av. João de Camargo, 510, ZC 37540-000 – Santa Rita do Sapucaí – MG, Brazil, moacir@inatel.br

² Carlos Nazareth Motta Marins, INATEL, carlosn@inatel.br

³ Maurício Silveira, msilveira@inatel.br

⁴ Wilton Ney do Amaral Pereira, INATEL, wilton@inatel.br

⁵ José Antônio Justino Ribeiro, justino@inatel.br

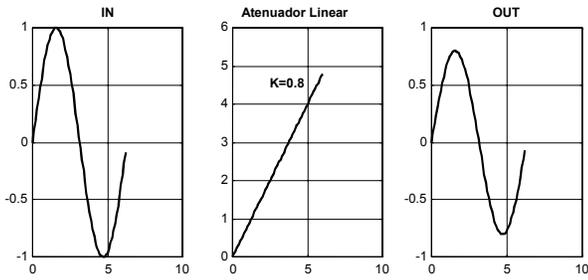


Figura 2 – Sinais de entrada e saída de um Sistema Linear.

Define-se a “função de transferência” do sistema como a relação entre as transformadas dos sinais de saída e de entrada.

$$G(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{F(j\omega)} \quad (02)$$

Demonstra-se que a função de transferência depende exclusivamente dos componentes de circuito que compõe o sistema, podendo ser calculada diretamente a partir dos mesmo.

A função de transferência fornece as informações de como o sistema atua sobre as componentes de frequência do sinal de entrada.

A resposta do sistema ao sinal de entrada pode apresentar um retardo t_0 , sem que nenhuma alteração ocorra na amplitude ou frequência da forma de onda, descaracterizando o sinal original.

$$r(t) = K * f(t - t_0) \quad (03)$$

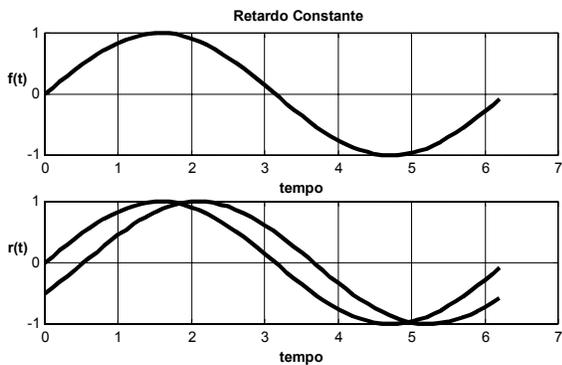


Figura 3 – Medida do retardo em Sistemas Lineares

Até este ponto considerou-se a variação da resposta de amplitude ao longo da faixa de resposta do sistema no domínio da frequência, com retardo constante.

A defasagem introduzida seguia uma lei linear com a frequência, mas mesmo sendo a resposta em amplitude constante, se a resposta em fase não for linear, isto é, se o

retardo para todas as componentes não for constante, haverá igualmente distorção do sinal, caso este seja composto por múltiplas componentes.

A função de transferência $G(\omega)$ do sistema, será expressa na forma complexa:

$$G(\omega) = K * \varepsilon^{j\phi(\omega)} \quad (04)$$

onde a defasagem introduzida pelo sistema sobre as componentes será supostamente linear, isto é:

$$\phi(\omega) = -\omega.t_0 \quad (05)$$

em que t_0 é o tempo de retardo considerado igual para todas as componentes.

Para o sistema linear, em que $t_0 = 0$, não é introduzido nenhum tipo de retardo no sinal de saída.

A defasagem relativa $\phi(\omega_2) - \phi(\omega_1)$ de uma componente em relação a outra, pode ser medida através da expressão (06). Esta medida é realizada comparando-se as fases na saída para as duas componentes, conhecendo as condições de fase na entrada do sistema.

$$\phi(\omega_2) - \phi(\omega_1) = (-\omega_2 t_0) - (-\omega_1 t_0) = -(\omega_2 - \omega_1)t_0 \quad (06)$$

$$\frac{\Delta\phi(\omega)}{\Delta\omega} = \frac{\phi(\omega_2) - \phi(\omega_1)}{\omega_2 - \omega_1} = -t_0 \quad (07)$$

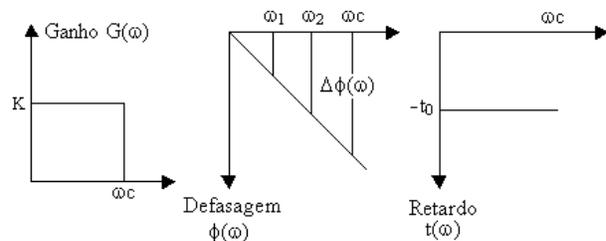


Figura 4 – Análise de retardo e fase em Sistemas Lineares

Quando o espectro útil do sinal estiver situado entre os limites da faixa de passagem do sistema, o efeito da atenuação na transmissão é pouco significativo, por isto, na engenharia de sistemas é comum se analisar primeiro a largura de faixa do sinal e então selecionar ou projetar o sistema que contemple no mínimo a faixa desejada.

Usamos a função de transferência $G(s)$ do sistema para definir sua resposta ao sinal de entrada, como apresentado na Figura 5 para os filtros e na Figura 6 que representa a resposta de um par telefônico.

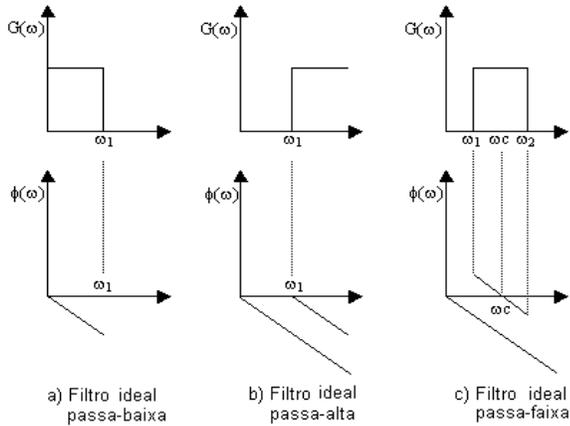


Figura 5 – Resposta de filtros ideais

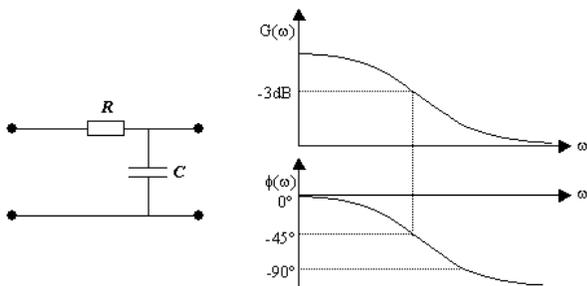


Figura 6 – Circuito equivalente de um par telefônico

IV. Sistemas Não Lineares

Existe para os sistemas uma relação entre amplitude do sinal de saída e a amplitude do sinal de entrada, que podemos analisar através do levantamento da chamada *característica de transferência*. É importante ressaltar que não deve-se confundir a expressão “*característica de transferência*” com a expressão *função de transferência*.

Quando o formato do sinal de saída independe da amplitude do sinal de entrada a resposta é dita linear, como pode ser visualizado na primeira parte deste trabalho.

O sistema é não linear quando a resposta é dependente da magnitude do sinal de entrada. Com isto, a *característica de transferência* se afasta do modelo linear.

A não linearidade verificada através da curva da característica de transferência, faz com que o sinal de saída apresente distorções em amplitude e novas componentes de frequência, chamadas espúrios.

Portanto, uma característica importante do sistema não linear é a alteração do conteúdo harmônico do sinal de saída. Além destas componentes harmônicas, chamadas de espúrios ou produtos de intermodulação causarem distorções no sinal de saída, existe a possibilidade dos mesmos causarem a interferência em outros sistemas.

A Figura 8 mostra como a distorção no domínio do tempo apresentada na Figura 7, pode ser analisada no domínio da frequência.

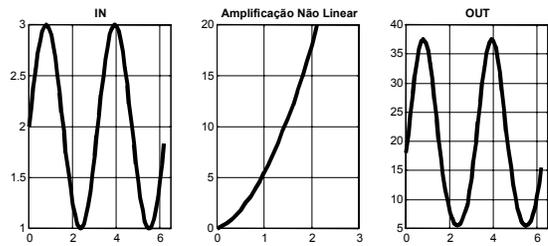


Figura 7 – Sinais de entrada e saída de um Sistema Não Linear.

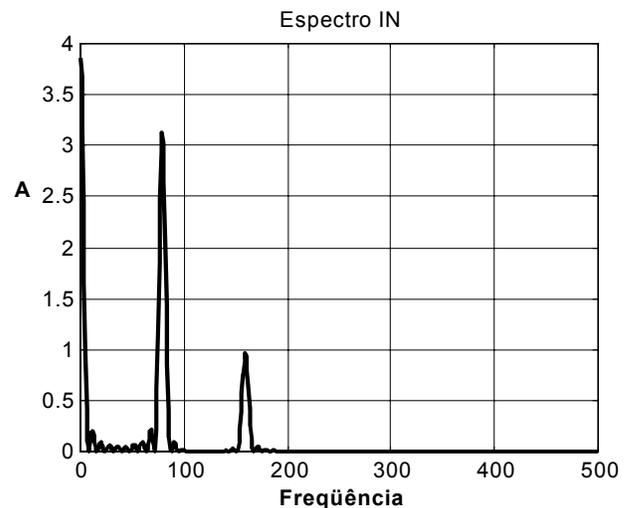


Figura 8 – Espúrios e harmônicas geradas devido a não linearidade.

A curva de característica de transferência pode ser desenvolvida a partir da série de Taylor em torno do ponto de operação escolhido.

$$e_o(t) = k_0 + k_1 * e_i(t) + k_2 * e_i^2(t) + k_3 * e_i^3(t) + \dots \quad (08)$$

O termo constante exprime uma componente CC e pouco pesa no resultado final, pois pode ser considerado igual a zero quando conveniente.

V. Efeitos da fase não linear

A distorção de fase ocorre quando $\phi(\omega)$ deixa de seguir uma lei linear com a frequência. Através da equação (07)

pode-se definir um retardo absoluto para cada frequência individual ω , pela relação:

$$t(\omega) = \frac{\phi(\omega)}{\omega} \quad (09)$$

E a distorção implica que $t(\omega)$ não seja mais uma constante e sim apenas uma função de ω . Mesmo que a amplitude das componentes seja rigorosamente respeitada, o fato de haver retardos diferentes para diferentes componentes vai modificar a resposta, porque na soma as componentes não mais guardam a relação de fase original.

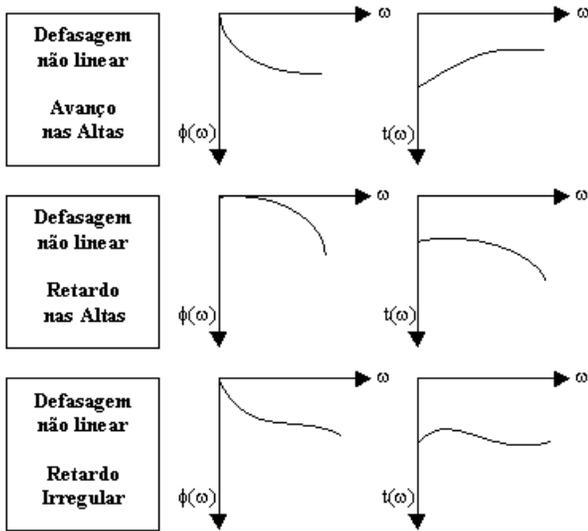


Figura 09 – Respostas não lineares de fase

VI. Não linearidade em amplificadores.

Para amplificadores tem-se um comportamento não linear, com o termo cúbico gerando os produtos de intermodulação dentro da banda de trabalho ou nos canais adjacentes em aplicações multi-portadoras.

Analisando um amplificador com duas portadoras, pode-se perceber estes efeitos.

Supondo o amplificador da Figura 10, tem-se:

$$e_o(t) = k_1 e_i - k_3 e_i^3(t) \quad (10)$$

Figura 10 - Amplificador com comportamento não linear

Para o espectro em análise adotou-se para a entrada (IN) as frequências de $\omega_1=502$ rad/s e $\omega_2=942$ rad/s, o que corresponde respectivamente a $f_1=80$ Hz e $f_2=150$ Hz.

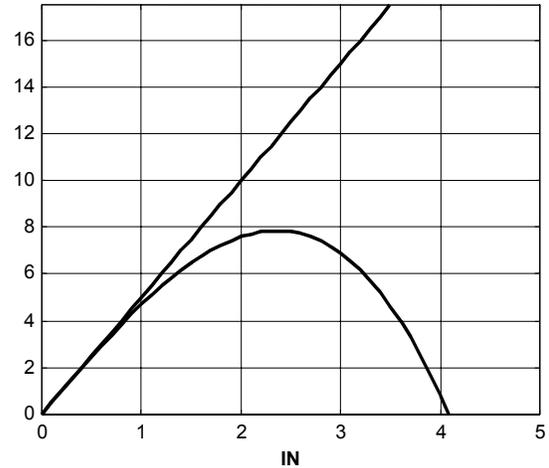


Figura 11 - Função característica de transferência do amplificador

$$e_i(t) = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t) \quad (11)$$

$$e_o(t) = K_1 e_i(t) - K_3 e_i^3(t) \quad (12)$$

$$K_1 e_i(t) = K_1 (A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t)) \quad (13)$$

$$K_3 e_i^3(t) = K_3 (A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t))^3 \quad (14)$$

$$e_o(t) = -\frac{3A^3}{4} k_3 \cos((2\omega_1 - \omega_2)t) + (k_1 A - \frac{9A^3}{4} k_3) \cos(\omega_1 t) + (k_1 A - \frac{9A^3}{4} k_3) \cos(\omega_2 t) - (k_1 A - \frac{9A^3}{4} k_3) \cos(\omega_2 t) - \frac{3A^3}{4} k_3 \cos((2\omega_2 - \omega_1)t) - \frac{A^3}{4} k_3 \cos(3\omega_1 t) - \frac{3A^3}{4} k_3 \cos((2\omega_1 + \omega_2)t) - \frac{3A^3}{4} k_3 \cos((2\omega_2 + \omega_1)t) - \frac{A^3}{4} k_3 \cos(3\omega_2 t) \quad (15)$$

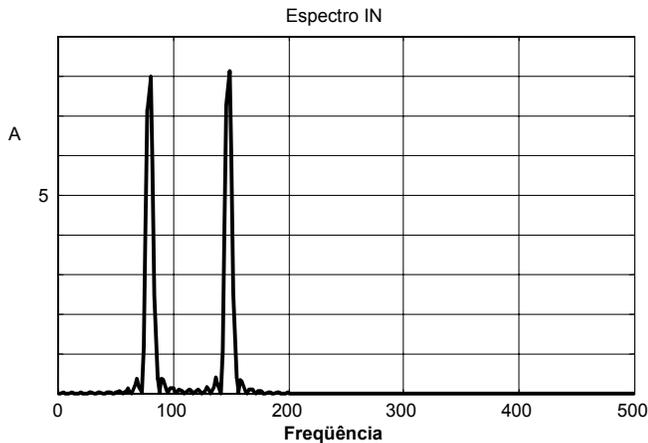


Figura 12 – Espectro do sinal de dois tons na entrada de um amplificador não linear

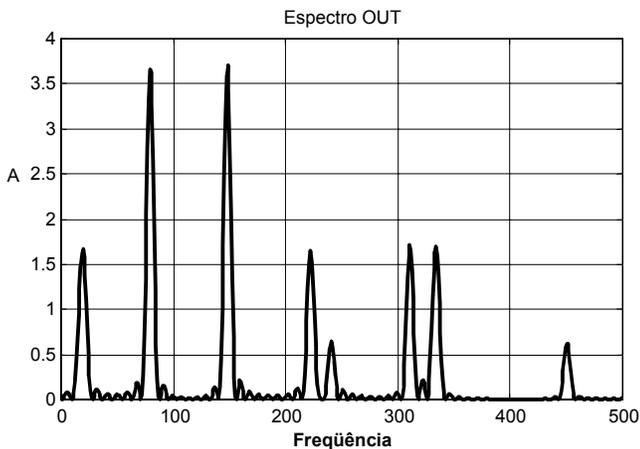


Figura 13 – Espectro do sinal de dois tons na saída de um amplificador não linear

VII. Bibliografia

- [1] Keningeon, Peter B. – High Linear – Linearity Rf Design - Artech House Publishers, 2000.
- [2] Potheary, Nick - FeedForward Linear Power Amplifiers – Artech House Publishers, 1999.
- [3] Haykin, S., Van Veen, B. – Sinais e Sistemas – Bookman, 1999.
- [4] Maas, Stephen A. - Nonlinear Microwave Circuits – IEEE Press, 1997.
- [5] Lathi, B.P. – linear Systems and Signals – Oxford, 2002.
- [6] Ribeiro, Marcelo P. – Barradas O. – Telecomunicações Sistemas Analógicos – Digitais – Livros Técnicos e Científicos Editora, 1980.
- [7] Vizmuller, Peter – RF Design Guide – Systems Circuits and Equations, – Artech House Publishers, 1995.
- [8] Cripps, Steve C. – RF Power for Wireless Communications – Artech House Publishers, 1999.

- [9] Ingle, Vinay K., Proakis, John G. – Digital Signal Processing – PWS Publishing Company, 1997.
- [10] Hsu, H. P. – Signals and Systems – Scheum’s Outline Series – McGraw-Hill, 1995.
- [11] Chen, C.T. – Linear Systems Theory and Design – Holt, Rinehart & Winston, 1984.
- [12] Morrison, N. – Introduction to Fourier Analysis – Wiley, 1994.
- [13] Porat, B. – A Course in Digital Signal Processing - Wiley, 1997.
- [14] Proakis, J. G., Manolakis, D. G. – Introduction to Digital Signal Processing – Macmillan, 1988.
- [15] Oppenheim, A.V., Schaffer, R. W. – Discrete-Time Signal Processing, second edition – Prentice Hall, 1999.
- [16] Cadzow, J.A., Van Landingham, H.F. – Signal and Systems – Prentice Hall, 1995.
- [17] Matsumoto, Eliay – MATLAB 6 – Fundamentos de Programação – Editora Érica Ltda, 2001.
- [18] Houts, R. C. – Signal Analysis in Linear Systems, Saunders College Publishing, 1991.
- [19] Jackson, L. B. – Signal, Systems and Transforms – Adison Wesley, 1991.
- [20] Kwakernaak, H., Sivan R. – modern signal and Systems – Macmillan, 1991.
- [21] McGillem, C. D., Cooper, G. R. – Continuous and Discrete Signal and Systems – Adison Wesley, 1991.
- [22] Mayhan, R. J. – Discret-time and Continous-time Linear Systems – Adison Wesley, 1984.
- [23] Oppenheim, A. V. Willsky, A. S. – Signals and Systems – Prentice Hall, 1983.
- [24] Poularikas, A. – Seely, S. Signals and Systems – PWS-Kent, 1995.
- [25] Etter, D. M. – Engineering Problem solving with MATLAB – Prentice-Hall, 1993.
- [26] Leão, Marcelo – Borland Delphi 4 - Axcel Books, 2000.